

کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل هوشمند برای اصلاح موقعیت یک ماهواره ارتفاع پایین

جعفر روشنی یان^{1*}، طه یاسینی²، شاهین درویش پور²

1-استاد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

2-کارشناس ارشد مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

چکیده

در این مقاله به کمک شبکه‌های عصبی مصنوعی و کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل و رگولاتور خطی مرتبه دوم به طراحی کنترلی برای اصلاح مدار و موقعیت ماهواره مدار پایین پرداخته شده است، در این روش از شبکه‌های عصبی مصنوعی برای یادگیری مدل خطی سیستم در مواجهه با اغتشاشات استفاده شده است و به کمک مدل عصبی مصنوعی به دست آمده، پس از تخمین برخط مدل خطی سیستم در هر لحظه، کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل طراحی شده برای سیستم اصلاح می‌شود. نتایج شبیه‌سازی‌ها تاثیر قابل توجه استفاده از مدل برخط مبتنی بر یادگیری ماشین را در بهبود عملکرد کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: کنترل مدار- کنترلر پیش‌بین مبتنی بر مدل- شبکه‌های عصبی مصنوعی- ماهواره ارتفاع پایین- رگولاتور درجه دوم خطی

Model Predictive Control Based on Intelligent model for Low Earth Orbit Satellite

Jafar Roshanian^{1*}, Taha Yasini², Shahin Darvishpoor²

1-Professor, Faculty of Aerospace Engineering, K.N. Toosi University of Technology

2-MSc, Aerospace Engineering, K.N. Toosi University of Technology

Abstract

In this paper, an Orbit Control algorithm is implemented for Low Earth Orbit (LEO) satellites using Artificial Neural Networks (ANN), Model-based Predictive Control (MPC), and Linear Quadratic Regulator (LQR). as a Self Tuning Regulator structure, an ANN is used to learn the model of the satellite with external disturbances, after extracting a linear online model based on ANN model, we used both LQR and MPC controllers to keep the satellite in its orbit..

Keyword: Orbit Control, Model Predictive Control, Neural Network, Low Earth Orbit, Linear Quadratic Regulator

ماکزیمم کردن دقت حرکت ماهواره‌ها نسبت به یکدیگر طراحی کرده‌اند [8]. توکلی و اسدیان با خطی‌سازی معادلات تغییراتی گاوس حول مدار مرجع یک کنترل کننده پیش‌بین جهت کمینه‌سازی مصرف سوخت طراحی کرده‌اند و برتری آنرا نسبت به رگولاتور خطی مرتبه دوم نشان داده‌اند [2]. پریو و زهیر از روش کنترل پیش‌بین مبتنی بر معادلات خطی حرکت ماهواره حول مدار مرجع ارتفاع پایین، جهت جبران نیروی اغتشاشی پسای جو استفاده کرده‌اند [9].

کنترل پیش‌بین یک استراتژی کنترلی بهینه است که با استفاده از پیش‌بینی آینده مدل دینامیکی سیستم، تابع هزینه در نظر گرفته شده برای سیستم را کمینه می‌کند [7]. این کنترل قادر است به صورت همزمان چندین هدف کنترلی را با در نظر گرفتن قیود سخت بر روی ورودی و خروجی سیستم تحقق بخشد و بهینگی را تضمین کند [2]. این روش کنترلی را می‌توان به صورت برخط پیاده‌سازی کرد. با توجه به محدودیت‌های سوخت ماهواره و همچنین قیودی که بر روی میزان نیروی تراست خروجی سیستم وجود دارد، کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل یک انتخاب مناسب برای کنترل خودکار مدار ماهواره است. از این کنترلر برای کنترل ماهواره از جمله ماهواره‌های با تراست پایین استفاده شده است [10]. همچنین این کنترلر به دلیل بهینه بودن برای تعیین مسیر برخط ماهواره‌ها با هدف اجتناب از موانع نیز به کار گرفته شده است [11]. ضمن اینکه به منظور کنترل وضعیت ماهواره نیز این کنترلر در موارد متعددی مورد استفاده قرار گرفته است [12].

یادگیری به روش شبکه‌های عصبی مصنوعی روشی برای یادگیری از داده‌های موجود است. در این روش محدودیتی در نوع و تعداد ورودی و خروجی‌ها وجود نداشته و برخلاف روش‌های یادگیری عمیق به داده‌های زیادی نیز احتیاج نمی‌باشد. همچنین در بین روش‌های یادگیری ماشین، شبکه‌های عصبی مقاوم در برابر نویز و عدم قطعیت است محسوب می‌شوند. شبکه‌های عصبی مصنوعی در نهایت به کمک ماتریس‌های وزنی نسبتاً پیچیده‌ای رابطه بین ورودی‌ها و خروجی‌ها را تعیین می‌کنند [13]. از شبکه‌های عصبی مصنوعی به سختی می‌توان به عنوان کنترلر استفاده کرد و تنها مطالعات محدودی بر روی استفاده آنها در پرنده‌های بدون سرنشین انجام شده است [16]–[14]، زیرا تنها در محدوده کوچک یادگیری شده با مقادیر ورودی و وضعیت‌های محدود قابل استفاده است و اثبات پایداری این نوع کنترل کننده‌ها نیز بسیار دشوار است [17]. به همین دلیل در اینجا به ایده استفاده از آنها برای شناسایی مدل سیستم در مواجهه با اغتشاشات و نامعینی‌ها پرداخته شده است.

ماهواره‌ها در مدارهای ارتفاع پایین تحت تاثیر نیروهای اغتشاشی قرار می‌گیرند که باعث می‌شود ماهواره از مداری که برای آن طراحی شده است فاصله بگیرد [1]. برای مقابله با این اغتشاشات، ماهواره‌های ارتفاع پایین مجهز به تراسترهای کنترلی برای جبران اغتشاشات و نگه‌داری ماهواره در مدار می‌باشند. برای آنکه ماهواره به اهداف ماموریتی خود برسد، باید به طور دقیق در مدار طراحی شده قرار بگیرد. وظیفه اصلی تراسترهای کنترلی جبران و حذف نیروهای اغتشاشی و نگه‌داری ماهواره در مدار اصلی است تا اهداف ماموریتی ماهواره به درستی انجام شوند [2].

به طور کلی، مانورهای اصلاح مدار کوچک می‌باشند، اما به دلیل طول عمر ماهواره که چند سال است در مجموع سوخت زیادی مورد نیاز است که این مسئله اهمیت بهینه‌بودن مصرف سوخت را نمایان می‌کند. یکی دیگر از دلایل مصرف سوخت بهینه هزینه بالای پرتاب ماهواره به ازای جرم است [2]. همچنین با توجه به محدودیت‌های طراحی، جرم سوخت همراه ماهواره از یک مقدار مشخص نباید بیشتر شود. روش‌های مختلفی برای کنترل وضعیت و مدار ماهواره‌ها وجود دارد، غالباً این مانورها به کمک تراسترهای گاز سرد، مغناطیسی، عملگرهای ترکیبی [3] و جابجایی مرکز جرم [4] انجام می‌شوند.

در گذشته، برای کنترل مدار ماهواره از دستورات ایستگاه زمینی استفاده می‌شد. بدین صورت که پس از محاسبه تغییر بردار مکان ماهواره نسبت به مدار مرجع یک سری محاسبات تحلیلی برای انجام مانور ماهواره صورت می‌گرفته و سپس به ماهواره دستور روشن شدن تراستر برای مدت مشخصی صادر می‌شده است [5]. از معایب این روش می‌توان به خودکار نبودن کنترل مدار و بهینه نبودن آن اشاره کرد. بسیاری از ماهواره‌های کاربردی برای انجام ماموریت‌های مهم مانند سنجش از دور، آب و هوا، نجوم، نظامی و ... در ارتفاعات پایین قرار می‌گیرند. همچنین ایستگاه بین‌المللی فضایی نیز در این محدوده ارتفاعی قرار دارد [6].

مطالعات مختلفی بر روی کنترل خودکار مدار ماهواره براساس خطی‌سازی معادلات حرکت ماهواره حول مدار مرجع انجام شده‌اند. اویشی و همکارانش با خطی‌سازی معادلات حرکت ماهواره حول مدار مرجع دایروی، یک کنترل کننده پیش‌بین مبتنی بر مدل برای کنترل همزمان موقعیت و وضعیت ماهواره‌های مدار GEO پیشنهاد داده‌اند [7]. یرانگ لیم و همکارانش با خطی‌سازی معادلات حرکت ماهواره‌ها نسبت به یکدیگر، یک کنترل کننده پیش‌بین مقاوم جهت

مطالعات محدودی جهت استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی جهت یادگیری رفتار سیستم انجام شده است. آکسون و تونن از شبکه عصبی مصنوعی برای مدل‌سازی سیستم جهت به حداکثر رساندن عملکرد مطلوب یک سیستم استفاده کرده‌اند [18]. پیچ و همکارانش یک شبکه عصبی مصنوعی ارائه داده‌اند که با استفاده از داده‌های تجربی به توسعه مدل‌های غیرخطی کمک خواهد کرد و با استفاده از کنترل پیش‌بین به کنترل فرآیندها و اصلاح آن‌ها می‌پردازد [19]. رانکوویچ و همکارانش با استفاده از شبکه عصبی فازی مدل غیرخطی یک سیستم ناشناخته^۱ را جهت کنترل با استفاده از روش کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل محاسبه کرده‌اند [20].

در این پژوهش، از شبکه‌های عصبی مصنوعی برای یادگیری دینامیک ماهواره و اغتشاشات وارد بر آن و استفاده از مدل یادگیری شده برای تقویت کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل استفاده شده است. همانطور که گفته شد مدل به دست آمده از روش یادگیری شبکه‌های عصبی مصنوعی مدلی بر مبنای ماتریس‌های وزنی نسبتاً پیچیده است. این در حالی است که نیاز به مدل خطی یا غیرخطی سیستم برای طراحی کنترلر به روش پیش‌بین مدل یا رگولاتور خطی مرتبه دوم می‌باشد. برای حل این مشکل از روش خطی‌سازی برخط یا بازخطی‌سازی^۲ استفاده می‌کنیم. این روش در سال 2010 توسط هنریکسن و همکارانش ارائه شد [21]. در این روش در هر لحظه مدلی خطی برای سیستم استخراج شده و از این مدل برای طراحی کنترلر پیش‌بین مبتنی بر مدل و رگولاتور خطی مرتبه دوم استفاده می‌شود. سپس، در لحظه بعد مجدداً مدل دیگری استخراج می‌شود. در این پژوهش روش هنریکسن با اصلاحات کوچکی برای به دست آوردن مدل خطی از مدل یادگیری شده توسط شبکه عصبی استفاده شده است. به منظور ایجاد امکان مقایسه، این روش بر روی کنترلر رگولاتور خطی مرتبه دوم نیز پیاده‌سازی شده است. استفاده از مدل برخط سیستم برای طراحی کنترلر همانطور که در بخش‌های آتی مشاهده خواهد شد، توانسته است عملکرد کنترلر را به صورت قابل قبولی افزایش دهد. این رویکرد به طرق مختلفی توسط محققین دیگری مورد استفاده قرار گرفته است، به عنوان نمونه می‌توان وینک‌ویست و همکارانش اشاره کرد، که از شبکه‌های عصبی مقید به همراه لایه‌های بهینه‌سازی محدب در کنار کنترلر پیش‌بین مدل استفاده کرده‌اند [22]. کومار و همکارانش نیز از تکنیک یادگیری عمیق در کنار کنترلر پیش‌بین مبتنی بر مدل استفاده کرده‌اند، در روش آنان از داده‌های کنترلر پیش‌بین مبتنی بر مدل برای آموزش شبکه‌های عصبی عمیق استفاده شده است تا در نهایت از مدل عصبی کنترلر برای کنترل استفاده شود [23].

لارینسزوک نیز ضمن بررسی مدل‌های مختلف یادگیری ماشین که قابلیت پیاده‌سازی بر روی کنترلر پیش‌بین مبتنی بر مدل را دارند، بهترین مدل‌های ممکن جهت استخراج برخط مدل به منظور استفاده در کنترلر پیش‌بین مبتنی بر مدل را پیشنهاد کرده است [24].

در بخش 2 این مقاله مدل‌سازی ریاضی حرکت ماهواره در مدار، خطی‌سازی معادلات آورده شده است. در بخش 3 مسئله کنترل مدار ماهواره با در نظر گرفتن قیود و تابع هزینه فرمول بندی شده است و یک کنترلر پیش‌بین مبتنی بر مدل و یک کنترلر رگولاتور خطی مرتبه دوم برای اهداف در نظر گرفته شده طراحی شده است. در بخش 4 شبیه‌سازی و نتایج کنترلر پیش‌بین و رگولاتور درجه دوم خطی نشان داده شده و در بخش 5 نیز نتیجه‌گیری ارائه گردیده است.

2- مدل‌سازی ریاضی حرکت ماهواره در مدار

به صورت ساده، معادله حرکت ماهواره در دستگاه مختصات اینرسی زمین مرکز^۳ به صورت (1) بیان می‌شود ([1], [25]):

$$\ddot{\vec{r}} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} + \frac{1}{m} \vec{F} + \vec{a}_p \quad (1)$$

\vec{F} بردار نیروهای کنترلی وارد بر ماهواره توسط تراستر، \vec{a}_p بردار شتاب‌های اغتشاشی وارد بر ماهواره، \vec{r} بردار جابه‌جایی ماهواره از مرکز زمین، $r = |\vec{r}|$ فاصله ماهواره از مرکز زمین، μ ثابت جاذبه زمین و m جرم ماهواره است. بردار جابه‌جایی نسبی بین ماهواره و مدار مرجع به صورت (1) بیان می‌شود:

$$\delta \vec{r} = \delta x \hat{i} + \delta y \hat{j} + \delta z \hat{k} \quad (1)$$

δx ، δy و δz مولفه‌های بردار مکان ماهواره نسبت به مدار مرجع هستند و \hat{i} ، \hat{j} و \hat{k} بردارهای یکه در دستگاه مختصات هیل هستند؛ در دستگاه مختصات هیل محور y در جهت بردار سرعت ماهواره، محور x در جهت بردار جابه‌جایی از مرکز زمین و محور z در جهت اندازه حرکت زاویه‌ای ماهواره (عمود بر صفحه مداری) می‌باشند. دستگاه مختصات هیل (ijk) و دستگاه مختصات اینرسی (IJK) زمین مرکز در شکل 1- نشان داده شده است.

³ Earth Centered Inertial Frame

¹ Unknown

² Re-Linearization

$$\begin{aligned}
\underline{f}(x_k, u_k) &= x_k \\
&+ \int_{t_k}^{t_{k+1}} [Ax(t) \\
&+ Bu(t)] dt \\
&+ \int_{t_k}^{t_{k+1}} \delta dt \\
&= \underline{A}x(t) \\
&+ \underline{B}u(t) + \underline{\delta}
\end{aligned} \quad (4)$$

که δ در آن اغتشاشات خارجی را نمایش می‌دهد، و معادله زیر به دست خواهد آمد:

$$\begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ 0 & I \end{bmatrix} = \text{expm} \left(\Delta t \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & I \end{bmatrix} \right) \quad (5)$$

که در آن expm تابع نمایی ماتریس است. بدین ترتیب ماتریس‌های A و B به صورت زیر به روزرسانی خواهند شد [21]:

$$\begin{aligned}
\underline{A} &= \left(I + \frac{\Delta t}{n} A \right) \underline{A} + \underline{B} \\
&= \left(I \right. \\
&\quad \left. + \frac{\Delta t}{n} A \right) \underline{B} \\
&\quad + \frac{\Delta t}{n} B
\end{aligned} \quad (6)$$

با توسعه روش هنریکسن، با توجه به ثابت بودن ماتریس B ، ماتریس A به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

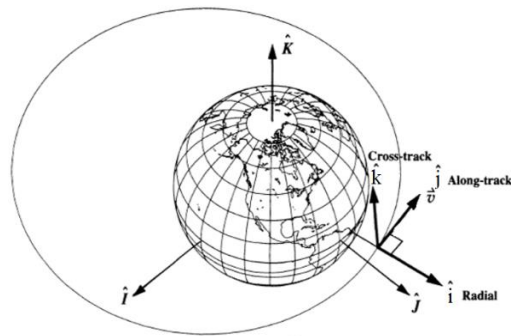
$$X_{k+1} = X_k + \tau(A X_k + B U_k) + X_d \quad (7)$$

که در آن τ گام زمانی کوچکی در نظر گرفته شده است، معادله زیر به دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned}
X_{k+1} &= X_k + \tau(A X_k + B U_k) \\
&\quad + A' X_k \\
&= X_k + A_e X_k \\
&\quad + B U_k
\end{aligned} \quad (8)$$

که در آن A' برابر X_d/X_k در نظر گرفته شده است. بدین ترتیب می‌توان دینامیک سیستم و اغتشاشات وارد بر آن را به صورت معادل A_e در نظر گرفت، بنابراین ماتریس A ماهواره (که اغتشاشات نیز در آن در نظر گرفته شده اند) در هر لحظه به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$A_{e,k+1} = \frac{X_{k+1} - X_k - B U_k}{X_k} \quad (9)$$



شکل-1- دستگاه مختصات اینرسی زمین مرکز و دستگاه هیل [1].

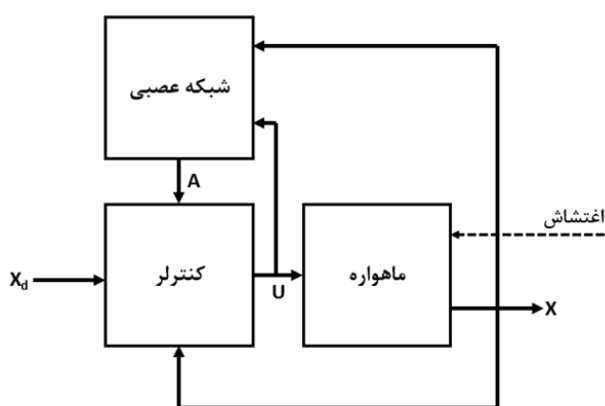
1-2- استخراج مدل خطی به کمک یادگیری ماشین

یادگیری به روش شبکه‌های عصبی مصنوعی روشی کلی برای یادگیری از داده‌های موجود است، در این روش محدودیتی در نوع و تعداد ورودی و خروجی‌ها وجود ندارد و برخلاف روش‌های یادگیری عمیق به داده‌های زیادی نیز احتیاج نیست. همچنین در بین روش‌های یادگیری ماشین، شبکه‌های عصبی مصنوعی مقاوم در برابر نویز محسوب می‌شوند. شبکه‌های عصبی مصنوعی در نهایت به کمک ماتریس‌های وزنی نسبتاً پیچیده ای رابطه بین ورودی‌ها و خروجی‌ها را تعیین می‌کنند [13].

دینامیک حرکت ماهواره در مدار در نزدیکی مدار مرجع به صورت خطی در نظر گرفته می‌شود. هدف در این پژوهش این است که با توجه به داده‌های ورودی و خروجی ماهواره و بدون در نظر رفتن مدل دینامیکی سیستم، با استفاده از روش هوشمند یادگیری شبکه‌های عصبی مصنوعی، دینامیک خطی رفتار ماهواره در حضور اغتشاشات برای طراحی کنترلر محاسبه شود. طبق روش هنریکسن، بردار حالت، به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$x_{k+1} = x_k + \underbrace{\int_{t_k}^{t_{k+1}} f(x(t), u(t)) dt}_{\underline{f}(x_k, u_k)} \quad (3)$$

که x بردار حالت ماهواره، u بردار کنترل اعمالی بر ماهواره و $f(x(t), u(t))$ دینامیک غیرخطی حرکت ماهواره در مدار است. با فرض خطی بودن سیستم و ثابت بودن بردار کنترل در یک گام زمانی، معادلات زیر به دست خواهند آمد:



شکل-3 شماتیک کنترلر طراحی شده به کمک شبکه‌های عصبی مصنوعی

3- طراحی کنترلر

هدف از طراحی کنترلر مدار ماهواره ارتفاع پایین به شرح زیر است:

- بازگرداندن ماهواره به مدار اصلی همراه با مصرف سوخت بهینه
- کاهش اثر اغتشاشات مداری و نگاهداشتن ماهواره در مدار اصلی با بیشترین دقت ممکن

برای تحقق اهداف بیان شده، یک کنترلر پیش‌بین مبتنی بر مدل و یک کنترلر رگولاتور خطی مرتبه دوم طراحی شده‌اند. روش کنترلر پیش‌بین بهینگی را با در نظر گرفتن عملکرد¹ و قیود وارد بر سیستم تضمین می‌کند. کنترلر پیش‌بین با حل مسئله کنترلر بهینه و پیش‌بینی آینده سیگنال کنترلی را تولید می‌کند که این فرآیند با در نظر گرفتن تابع هزینه و قیودی که بر روی ورودی و حالت سیستم است در هر گام زمانی انجام می‌پذیرد؛ بدین صورت که در هر گام زمانی دنباله‌ای از ورودی‌های کنترل را برای لحظه‌های آینده سیستم محاسبه می‌کند و با استفاده از روش افق کاهنده فقط جمله اول را به عنوان ورودی به سیستم اعمال می‌نماید. پس از اندازه‌گیری خروجی و خطای بین سیستم و حالت مطلوب در گام زمانی بعدی این فرآیند تکرار خواهد شد تا میزان خطا به صفر یا مقدار قابل قبولی برسد [26]. با خطی در نظر گرفتن معادلات و تابع هزینه به صورت مربعی، کنترلر پیش‌بین به صورت یک مسئله مربعی فرمول بندی خواهد شد که حجم محاسبات کمی را برای پیاده‌سازی به صورت برخط² دارد [7]. این کنترلر قادر است فرضیاتی که در طراحی آن در نظر گرفته نشده را جبران

بدین ترتیب در هر لحظه به کمک مدل یادگیری شده و به کمک شبکه عصبی ماتریس A مجموعه سیستم و اغتشاشات را در هر لحظه و وضعیت سیستم را در n گام زمانی پیش رو تخمین زده می‌شود. از این تخمین‌ها برای طراحی کنترلر به کمک پیش‌بین مدل و رگولاتور خطی مرتبه دوم استفاده خواهد شد.

از رابطه فوق به تنهایی نیز می‌توان در کنترلر پیش‌بین مدل و رگولاتور خطی مرتبه دوم استفاده کرد. بدین ترتیب که در هر لحظه به جای استفاده از شبکه عصبی برای پیش‌بینی مدل، از خروجی اندازه‌گیری شده ماهواره استفاده و در هر لحظه مدل خطی را به دست آورد. این روش به خصوص در سیستم‌های غیرخطی به خوبی عمل می‌کند. استفاده از شبکه عصبی هرچند وابسته به تعداد و نوع داده‌های یادگیری است اما با توجه به اینکه در مقایسه با کنترلر مبتنی بر مدل ثابت (و از پیش محاسبه شده) خطی، علاوه بر دینامیک سیستم، دینامیک اغتشاشات را نیز در مدل تولیدی در نظر می‌گیرد، خواهد توانست نتایج بهتری به دست دهد. برای یادگیری مدل سیستم و اغتشاشات وارد بر آن، وضعیت سیستم در هر لحظه و ورودی اعمال شده به آن به عنوان ورودی شبکه عصبی مصنوعی و وضعیت سیستم در لحظه بعد به عنوان خروجی شبکه عصبی در نظر گرفته شده‌اند.



شکل-2 ورودی و خروجی شبکه عصبی مورد استفاده

به منظور دستیابی به نتیجه بهتر برای یادگیری دینامیک سیستم توسط هوش مصنوعی، داده‌های کنترل رگولاتور مرتبه دوم به عنوان اولین سری داده‌ها توسط شبکه عصبی فراگرفته شده‌اند. سپس مدل دینامیکی سیستم حذف و به جای آن این مدل یادگیری شده قرار گرفته است. این مدل در هر گام زمانی با داده‌های به دست آمده از کنترلر و ماهواره به صورت برخط به روز می‌شود تا دقیق‌ترین تخمین از مدل واقعی ماهواره و اغتشاشات وارد بر آن به دست آید.

$$x(k+2|k) = A^2x(k) + AB\Delta u(k) + B\Delta u(k+1)$$

⋮

$$x(k+N_p|k) = A^{N_p}x(k) + A^{N_p-1}B\Delta u(k) + \dots + A^{N_p-N_c}B\Delta u(k+N_c) - 1$$

با توجه به رابطه (13) و (14) پیش‌بینی خروجی سیستم به صورت (15) خواهد بود:

$$Y = [y(k+1|k) \quad \dots \quad y(k+N_p|k)]$$

$$Y = Fx(k) + \phi\Delta u(k)$$

$$F = \begin{bmatrix} CA \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}$$

$$\phi = \begin{bmatrix} CB & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix} \quad (15)$$

N_c افق کنترل نامیده می‌شود که بیانگر این است که سیستم با اعمال N_c ورودی کنترلی به مرجع اصلی در N_p گام خواهد رسید.

کنترل پیش‌بین با حل مسئله بهینه‌سازی افق محدود، ورودی‌های کنترلی را جهت اعمال به سیستم محاسبه خواهد کرد. تابع هزینه در نظر گرفته شده از نوع مربعی و به صورت (16) است که شامل ترم‌های ورودی کنترلی و خروجی سیستم می‌باشد. بدین صورت که علاوه بر کمینه‌کردن مصرف سوخت، دقت دنبال کردن مسیر مرجع افزایش یابد و خطای به وجود آمده توسط نیروهای اغتشاشی نیز جبران شود.

$$J = \sum_{k=0}^{N_p-1} y_k^T Q y_k + u_k^T R u_k \quad (16)$$

Q و R ماتریس‌های وزنی برای تنظیم پارامترهای تابع هزینه هستند. قیود حاکم بر سیستم شامل حداکثر نیروی کنترلی اعمالی از طرف پیش‌ران‌های ماهواره می‌باشند. این قیود به صورت (17) در نظر گرفته می‌شوند.

کند و اختلاف بین مدل اصلی و مدل ریاضی در نظر گرفته شده برای طراحی کنترلر را از بین ببرد.

3-1- طراحی کنترلر پیش‌بین

با استفاده از الگوریتم‌های هوشمند، ماتریس A که دینامیک ماهواره در نزدیکی مدار مرجع را نشان می‌دهد محاسبه خواهد شد. سپس با استفاده از معادله (10) که دینامیک خطی ماهواره در هر گام زمانی است یک کنترل مبتنی بر پیش‌بینی مدل طراحی می‌شود. کنترل پیش‌بین طراحی شده برای اعمال ورودی کنترلی در همان گام زمانی است و با توجه به تغییر ماتریس A در گام زمانی بعدی، کنترل پیش‌بین برای ماتریس جدید طراحی خواهد شد.

$$\dot{\vec{X}} = A\vec{X} + B\vec{U} \quad (10)$$

$$\vec{Y} = C\vec{X}$$

و بردار ورودی کنترلی به صورت (11) خواهد بود:

$$\vec{U} = [F_x \ F_y \ F_z]^T \quad (11)$$

جهت پیاده‌سازی کنترل پیش‌بین معادلات سیستم باید به صورت گسسته بیان شوند. معادلات دینامیکی گسسته سیستم در گام زمانی Δt به صورت (12) است:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (12)$$

x_k بردار حالت سیستم در گام زمانی $k > 0$ و u_k بردار کنترل در گام زمانی $k > 0$ هستند.

همچنین معادلات گسسته خروجی سیستم به صورت (13) بیان می‌شوند:

$$y_k = C_k x_k \quad (13)$$

با در نظر گرفتن شرایط اولیه برای سیستم در گام k آینده حالت‌های سیستم برای N_p گام پیش‌بینی خواهد شد که N_p افق پیش‌بینی نامیده می‌شود. بر اساس معادلات فضای حالت گسسته (12) پیش‌بینی حالت سیستم به صورت (14) محاسبه خواهد شد:

$$x(k+1|k) = Ax(k) + B\Delta u(k) \quad (14)$$

$$K = (B^T P B + R)^{-1} B^T P A$$

$$u = -Kx$$

که ماتریس‌های Q و R وزن‌های حالت و کنترل سیستم، ماتریس‌های A و B از معادله (10) که رفتار دینامیکی سیستم را نشان می‌دهد، ماتریس P ماتریس مجهول معادله ریکاتی است که با حل معادله (20) کنترل اعمالی بدست خواهد آمد.

4- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، عملکرد کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل و رگولاتور خطی مرتبه دوم در کاهش اغتشاشات و حفظ ماهواره بر روی مدار مرجع به کمک مدل هوشمند، مورد بررسی قرار گرفته است. مشخصات مدار مرجع ارتفاع پایین جهت پیاده‌سازی کنترل مدار در جدول (1) نشان داده شده است.

جدول (1) المان‌های مداری مدار مرجع

زاویه‌ی صعود حقیقی گره صعود	75 درجه
ارتفاع مدار	500 کیلومتر
شیب مدار	97 درجه
آرگومان نقطه حضیض مداری	55 درجه

در ابتدا اصلاح و حفظ موقعیت ماهواره با استفاده از روش کنترل رگولاتور خطی مرتبه دوم انجام شده است تا به کمک آن عملکرد شبکه عصبی مورد بررسی و مقایسه قرار گیرد. در حالت اول فرض شده است که به میزان 1 کیلومتر انحراف از مدار مرجع وجود دارد. ماتریس‌های R و Q جهت استفاده در کنترلر به صورت ماتریس‌های قطری همانی در نظر گرفته شده اند. در شکل-4 و شکل-5 خطای بین موقعیت ماهواره و مدار مرجع و ورودی کنترلی اعمالی در هر سه راستای مختصات توسط کنترلر رگولاتور خطی مرتبه دوم نشان داده شده اند.

$$F_{x_{min}} < F_x < F_{x_{max}}$$

$$F_{y_{min}} < F_y < F_{y_{max}}$$

$$F_{z_{min}} < F_z < F_{z_{max}} \quad (17)$$

در نهایت مسئله کنترل پیش‌بین که در هرگام زمانی $k > 0$ مسئله کنترل بهینه افق محدود را حل می‌کند با در نظر گرفتن قیود موجود بر روی کنترل و خروجی سیستم به صورت (18) در نظر گرفته می‌شود:

$$\min \sum_{k=0}^{N_p-1} x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k$$

$$st: x_{k+1} = A x_k + B u_k + B_d a_{p,k}$$

$$F_{x_{min}} < F_x < F_{x_{max}}$$

$$F_{y_{min}} < F_y < F_{y_{max}}$$

$$F_{z_{min}} < F_z < F_{z_{max}} \quad (18)$$

N_p افق کنترل پیش‌بین است که تعداد پیش‌بینی‌های انجام شده از آینده سیستم و اغتشاشات را نشان می‌دهد. Q و R ماتریس‌های مربعی وزنی برای خروجی و کنترل سیستم می‌باشند که با تنظیم این ماتریس‌ها دقت کنترلی افزایش و میزان مصرف انرژی کاهش می‌یابند.

2-3 کنترل رگولاتور مرتبه دوم

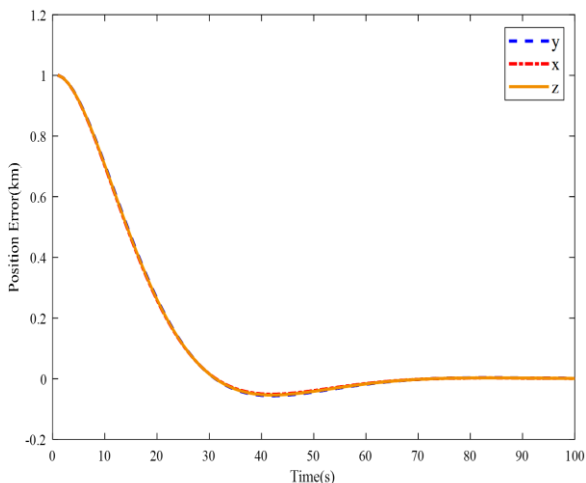
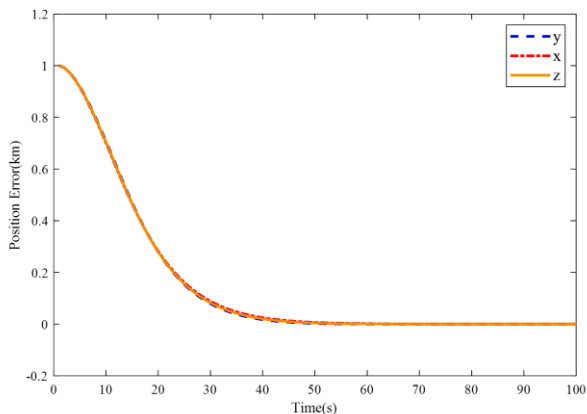
جهت مقایسه عملکرد کنترل پیش‌بین، یک کنترلر رگولاتور مرتبه دوم در نظر گرفته شده است. تابع هزینه در نظر گرفته شده برای رگولاتور مرتبه دوم به صورت (19) است:

$$J = \sum_{n=0}^{\infty} (x_n^T Q x_n + u_n^T R u_n) \quad (19)$$

با حل معادله ریکاتی برای تابع هزینه افق نامحدود (19)، ورودی کنترلی اعمالی با حل معادله جبری (20) بدست خواهد آمد:

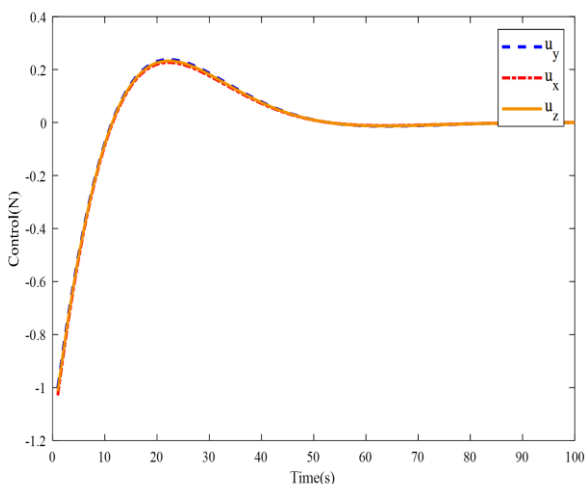
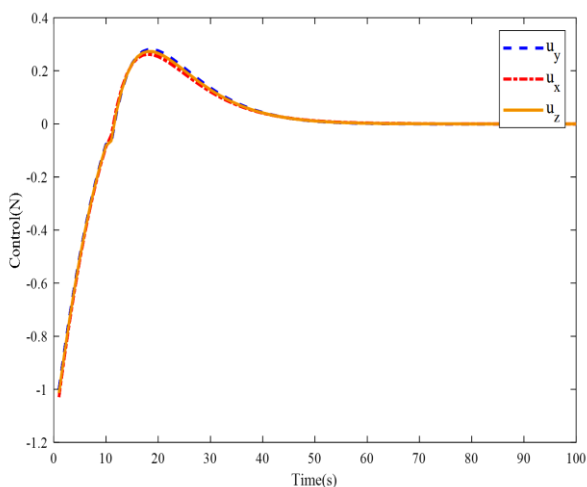
$$A^T P A - P - (A^T P B)(B^T P B + R)^{-1}(B^T P A) + Q = 0 \quad (20)$$

راستای سه محور مختصات توسط کنترلر رگولاتور خطی مرتبه دوم بر اساس مدل خطی فراگرفته شده توسط شبکه عصبی را نشان می‌دهند.



شکل-4 خطای بین مدار مرجع و موقعیت ماهواره در روش رگولاتور خطی مرتبه دوم بر اساس مدل خطی

شکل-6 خطای بین مدار مرجع و ماهواره در روش رگولاتور خطی مرتبه دوم بر اساس مدل یادگیری شده به کمک شبکه عصبی



شکل-5 کنترل اعمالی در روش رگولاتور خطی مرتبه دوم بر اساس مدل خطی

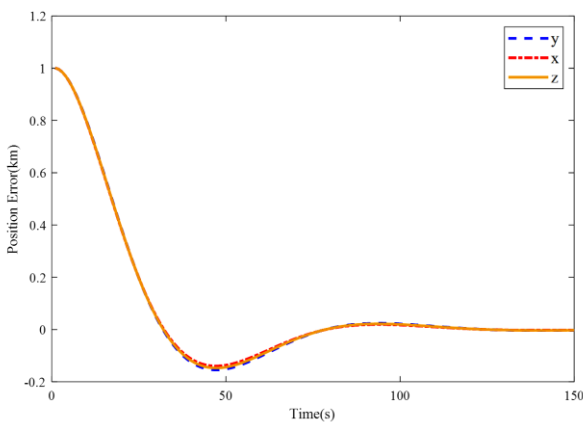
شکل-7 کنترل اعمالی در روش رگولاتور خطی مرتبه دوم بر اساس مدل یادگیری شده به کمک شبکه عصبی

ملاحظه می‌شود که ضمن حذف فراجهدش در کنترلر طراحی شده توسط مدل خطی، زمان نشست نیز از 70 به حدود 55 ثانیه رسیده است، در حالی که کنترل اعمال شده همانند مدل خطی از 1- تا 0.2 نیوتون بوده است.

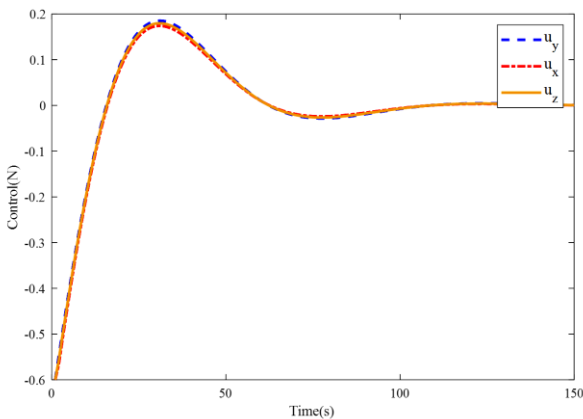
در گام بعدی با اضافه کردن اغتشاشات و نامعینی به سیستم میزان مقاوم بودن کنترلر طراحی شده را مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهند که استفاده از شبکه عصبی مصنوعی جهت یادگیری دینامیک سیستم باعث شده است که

سپس با استفاده از مدل یادگیری شده توسط شبکه عصبی مصنوعی در هر گام زمانی کنترلر رگولاتور خطی مرتبه دوم طراحی شده است. در این مرحله در هر گام زمانی با توجه به دینامیک تخمین زده شده توسط شبکه عصبی مصنوعی یک کنترلر طراحی شده و برای یک گام زمانی به سیستم اعمال خواهد شد. سپس با استفاده از مقادیر ورودی و خروجی، شبکه عصبی مصنوعی مجدداً آموزش داده شده و یک دینامیک جدید برای سیستم طراحی خواهد کرد و این روند تا رسیدن ماهواره به مدار مرجع ادامه خواهد یافت. شکل-6 و شکل-7 خطای بین ماهواره و مدار مرجع و ورودی کنترلی اعمالی در

گرفته شده بر روی ورودی سیستم شامل حداکثر نیروی پیشران تولید شده است که 0.6 نیوتن در نظر گرفته شده است. ماتریس‌های Q و R همانند کنترل رگولاتور درجه دوم در نظر گرفته شده‌اند. شکل-10 و شکل-11 خطای بین ماهواره و مدار مرجع و کنترل اعمالی توسط تراستر را نشان می‌دهند. از آنجایی که قید حداکثر نیرو در مسئله بهینه سازی وجود داشت با توجه به ورودی کنترل واضح است که این کنترلر به خوبی توانسته این قید را رعایت کند و ماهواره را به مدار بازگردانده و بر روی مدار نگه دارد.



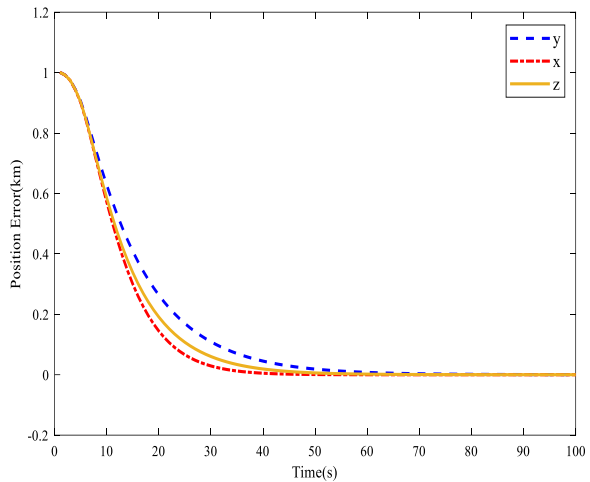
شکل-10 خطای بین مدار مرجع و ماهواره در روش کنترل پیش بین مبتنی بر مدل بر اساس مدل خطی



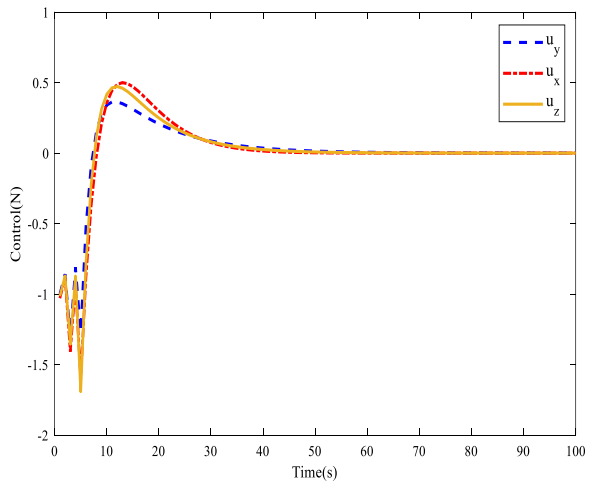
شکل-11 کنترل اعمالی در روش کنترل پیش بین مبتنی بر مدل بر اساس مدل خطی

کنترل پیش بین مبتنی بر مدل با قیود در نظر گرفته شده، حدود 200 متر فرابیش داشت و زمان نشست آن نیز حدود 130 ثانیه بوده است. در گام بعدی با استفاده از یادگیری دینامیک سیستم توسط شبکه عصبی مصنوعی، دینامیک

رفتار سیستم جدید نیز به خوبی تخمین زده شود و کنترلر به خوبی ماهواره را بر روی مدار نامی قرار دهد. شکل-8 و شکل-9 خطای بین ماهواره و مدار مرجع و ورودی‌های کنترلی را با در نظر گرفتن اغتشاشات و نامعینی نشان می‌دهند.



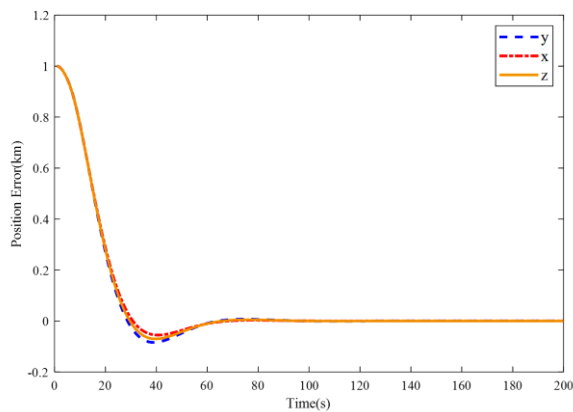
شکل-8 خطای بین مدار مرجع و ماهواره در روش رگولاتور خطی مرتبه دوم بر اساس مدل یادگیری شده به کمک شبکه عصبی در حضور اغتشاشات و نامعینی



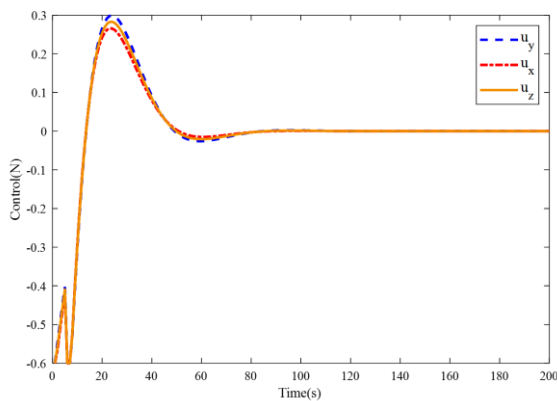
شکل-9 کنترل اعمالی در روش رگولاتور خطی مرتبه دوم بر اساس مدل یادگیری شده به کمک شبکه عصبی در حضور اغتشاشات و نامعینی

برای بررسی بیشتر، با استفاده از روش کنترل پیش بین مبتنی بر مدل نیز ماموریت اصلاح و حفظ موقعیت ماهواره بر روی مدار را انجام خواهیم داد. ابتدا فرض شده است که ماهواره تحت تاثیر اغتشاشات از مدار خارج شده است و با استفاده از کنترل پیش بین به مدار اصلی برگردانده خواهد شد. قید در نظر

در اینجا با اضافه کردن اغتشاشات و نامعینی به سیستم میزان مقاوم بودن شبکه عصبی مصنوعی در کنار کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل را بررسی خواهیم کرد. شکل-14 و شکل-15 خطای بین موقعیت ماهواره و مدار مرجع و کنترل اعمالی توسط پیش‌ران در حضور اغتشاشات و نامعینی را نشان می‌دهد. همانطور که مشخص است شبکه عصبی به خوبی توانسته مدل سیستم را شناسایی کرده و کنترلر قادر است با عملکرد بسیار مناسبی سیستم را کنترل کند.



شکل-14 خطای بین مدار مرجع و ماهواره در روش کنترل پیش‌بین و مدل یادگیری شده به کمک شبکه عصبی در حضور اغتشاشات و نامعینی

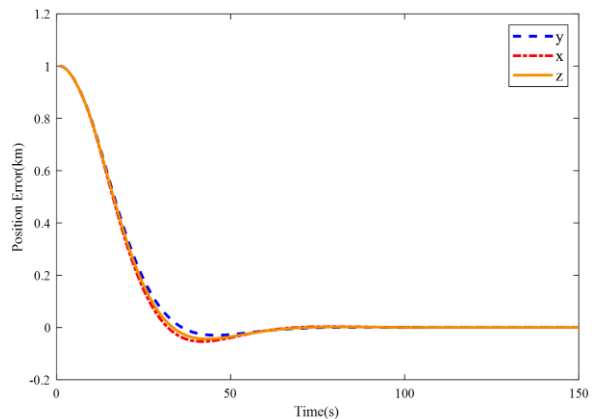


شکل 16 کنترل اعمالی در روش کنترل پیش‌بین و مدل یادگیری شده به کمک شبکه عصبی در حضور اغتشاشات و نامعینی

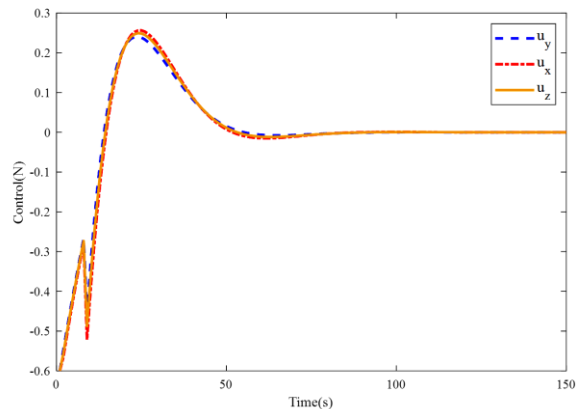
برای مقایسه می‌توانیم عملکرد کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل خطی را در حضور اغتشاشات و نامعینی های مشابه را در شکل-16 بررسی کنیم.

خطی ماهواره در هر گام زمانی محاسبه و با استفاده از روش کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل در هر گام زمانی یک کنترلر طراحی خواهد شد شکل-12 و شکل-13 خطای بین ماهواره و مدار مرجع و کنترل اعمالی توسط پیش‌ران ماهواره در سیستم یادگیری شده توسط شبکه عصبی مصنوعی را نشان می‌دهند.

کنترل طراحی شده بر مبنای مدل به دست آمده از شبکه عصبی، فراجاهش حداکثری نزدیک به 50 متر داشته که تقریباً 25 درصد کنترل طراحی شده بر مبنای مدل خطی است، از نظر زمان نشست نیز نزدیک به 40 درصد بهبود در عملکرد سیستم حاصل شده است و ماهواره در زمان تقریبی 75 ثانیه به مدار نامی خود بازگشته است در حالی که از نظر تلاش کنترلی نیز تغییر چندان قابل توجهی مشاهده نمی‌شود. این در حالی است که با افزایش داده های یادگیری انتظار می‌رود عملکرد شبکه عصبی بیش از این نیز بهبود یابد.



شکل-12 خطای بین مدار مرجع و ماهواره در روش کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل و مدل یادگیری شده به کمک شبکه عصبی

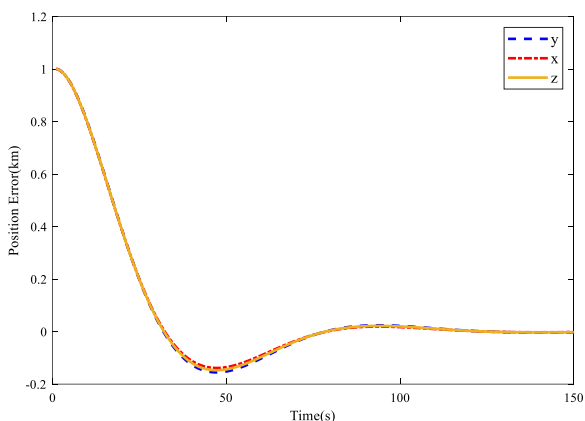


شکل-13 کنترل اعمالی در کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل و مدل یادگیری شده به کمک شبکه عصبی

مبتنی بر مدل از خود نشان دهد. این بهبود هرچند در زمان نشست دیده می‌شود اما از نظر فراجاهش ترکیب این روش با کنترلر رگولاتور خطی مرتبه دوم نتایج بهتری خواهد داشت، دلیل این امر را می‌توان در تلاش بیشتر کنترلی در رگولاتور خطی مرتبه دوم جست که نزدیک به 2 تا 3 برابر کنترلر مبتنی بر مدل است. کنترلر مبتنی بر مدل ضمن اینکه امکان رعایت قیود کنترلی را به ما می‌دهد در ترکیب با مدل هوشمند می‌تواند در بهبود عملکرد کنترلر از نظر پارامترهای کنترلی نیز نسبت به کنترلرهای مشابه مانند رگولاتور خطی مرتبه دوم برتری داشته باشد.

5- نتیجه‌گیری

در این مقاله به کمک شبکه‌های عصبی مصنوعی اقدام به یادگیری دینامیک حاکم بر ماهواره ای ارتفاع پایین و اغتشاشات وارد به صورت برخط (آنلاین) کردیم، مدل به دست آمده به کمک یادگیری ماشین به خوبی توانست در محدوده عملیات مدل خطی مناسبی از پرنده به دست دهد. نتایج حاصل از پیاده سازی کنترلر پیش بین مبتنی بر مدل و رگولاتور مرتبه دوم خطی بر اساس این مدل یادگیری شده نتایج بسیار مناسبی را نشان می‌دهند. در مقایسه با مدل خطی سازی شده، کنترلر مبتنی بر مدل یادگیری شده فراجاهش و زمان نشست کمتری داشته و در مواجهه با نامعینی در سیستم نیز به خوبی توانست با نامعینی‌های موجود به خوبی مقابله و با خطای کمی سیستم را کنترل کند. نتایج بررسی‌های این مقاله نشان می‌دهد استفاده از مدل هوشمند در کنترلر پیش بین مبتنی بر مدل نسبت به استفاده از همین مدل در رگولاتور خطی مرتبه دوم تاثیر بیشتری خواهد داشت.



شکل-16 خطای بین مدار مرجع و موقعیت ماهواره در روش کنترلر پیش بین مبتنی بر مدل بر اساس مدل خطی در حضور اغتشاشات و نامعینی

ملاحظه می‌شود که در کنترلر مبتنی بر مدل به دست آمده از شبکه عصبی ضمن بهبود 100 متری در فراجاهش، زمان نشست نیز به مدت 70 ثانیه کاهش یافته است که هر دو بهبود 100 درصدی را نشان می‌دهند.

بر اساس خلاصه نتایج که در جدول (2) آورده شده است، با وجود اینکه کنترلر رگولاتور خطی مرتبه دوم از نظر زمان نشست و بیشترین فراجاهش از کنترلر پیش بین مبتنی بر مدل نتایج بهتری از خود نشان داده است اما استفاده از مدل برخط به دست آمده از طریق یادگیری ماشین در ترکیب با کنترلر پیش بین مبتنی بر مدل عملکرد بهتری نسبت به تمام کنترلرهای دیگر از خود نشان داده است، استفاده از این روش در ترکیب با رگولاتور خطی مرتبه دوم، با وجود اینکه این کنترلر به تنهایی عملکرد بهتری از خود نشان داده است نتوانسته بهبود قابل توجهی یا حداقل به اندازه کنترلر پیش بین

جدول (2) مقایسه نتایج کنترلرهای مختلف

کنترلر/پارامترها	زمان نشست	بیشترین فراجاهش	حد پایین کنترل	حد بالای کنترل
رگولاتور خطی مرتبه دوم-بدون اغتشاش	80	0.09	-1	0.2
رگولاتور خطی مرتبه دوم هوشمند-بدون اغتشاش	60	0	-1	0.3
رگولاتور خطی مرتبه دوم هوشمند-در حضور اغتشاش	70	0	-1.5	0.5
کنترلر پیش بین مبتنی بر مدل-بدون اغتشاش	140	0.18	-0.6	0.19
کنترلر پیش بین مبتنی بر مدل-در حضور اغتشاش	150	0.18	-0.6	0.2
کنترلر پیش بین مبتنی بر مدل هوشمند-در حضور اغتشاش	50	0.1	-0.6	0.3

- multiple MEMS actuators,” in *Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Jul. 2012, pp. 2523–2528, doi: 10.1109/WCICA.2012.6358298.
- [13] T. M. Mitchell, *Machine learning*. 1997.
- [14] S. Darvishpoor, J. Roshanian, A. Raissi, and M. Hassanalani, “Configurations, flight mechanisms, and applications of unmanned aerial systems: A review,” *Prog. Aerosp. Sci.*, vol. 121, p. 100694, Feb. 2020, doi: 10.1016/j.paerosci.2020.100694.
- [15] S. Darvishpoor and J. Roshanian, “A Survey on Unmanned Aerial Vehicles : Scheme Approach,” in *The 18th International Conference of Iranian Aerospace Society*, 2020.
- [16] S. Darvishpoor and J. Roshanian, “Design and implementation of an entirely machine learning based controller for an unmanned quadrotor,” in *The 17th International Conference Iranian Aerospace Societ*, 2018.
- [17] ج. روشنی‌یان، “طراحی و پیاده سازی و ش. درویش پور کنترلر جامع کاملاً مبتنی بر یادگیری ماشین برای یک در هفدهمین کنفرانس بین المللی ”چهارپره بدون سرنشین انجمن هوافضای ایران، 1397.
- [18] B. M. Åkesson and H. T. Toivonen, “A neural network model predictive controller,” *J. Process Control*, vol. 16, no. 9, pp. 937–946, 2006, doi: 10.1016/j.jprocont.2006.06.001.
- [19] S. Piche, J. Keeler, G. Martin, G. Boe, D. Johnson, and M. Gerules, “Neural network based Model Predictive Control,” *Adv. Neural Inf. Process. Syst.*, pp. 1029–1035, 2000.
- [20] V. Ranković, J. Radulović, N. Grujović, and D. Divac, “Neural network model predictive control of nonlinear systems using genetic algorithms,” *Int. J. Comput. Commun. Control*, vol. 7, no. 3, pp. 540–549, 2012, doi: 10.15837/ijccc.2012.3.1394.
- [21] L. C. Henriksen and N. K. Poulsen, “An online re-linearization scheme suited for Model Predictive and Linear Quadratic Control,” pp. 1–13, 2010.
- [22] R. Winqvist, A. Venkitaraman, and B. Wahlberg, “On Training and Evaluation of Neural Network Approaches for Model Predictive Control,” *arXiv*, 2020.
- [23] S. S. Pon Kumar, A. Tulsyan, B. Gopaluni, and P. Loewen, “A Deep Learning Architecture for Predictive Control,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 51, no. 18, pp. 512–517, 2018, doi: 10.1016/j.ifacol.2018.09.373.
- [24] M. Ławryńczuk, “Neural networks in model predictive control,” *Stud. Comput. Intell.*, vol. 252, pp. 31–63, 2009, doi: 10.1007/978-3-642-04170-9_2.
- [25] H. D. Curtis *et al.*, *Orbital Mechanics for*
- [1] R. G. Melton, “Fundamentals of Astrodynamics and Applications,” *J. Guid. Control. Dyn.*, vol. 21, no. 4, pp. 672–672, 1998, doi: 10.2514/2.4291.
- [2] M. M. Tavakoli and N. Assadian, “Model predictive orbit control of a Low Earth Orbit satellite using Gauss’s variational equations,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part G J. Aerosp. Eng.*, vol. 228, no. 13, pp. 2385–2398, 2014, doi: 10.1177/0954410013516252.
- [3] D. K. Giri, “Attitude Control of Satellites Actuated by Hybrid Actuators,” in *2019 International Conference on Mechatronics, Robotics and Systems Engineering (MoRSE)*, Dec. 2019, pp. 186–191, doi: 10.1109/MoRSE48060.2019.8998682.
- [4] S. Darvishpoor, J. Roshanian, and M. Tayefi, “A novel concept of VTOL bi-rotor UAV based on moving mass control,” *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 107, p. 106238, Dec. 2020, doi: 10.1016/j.ast.2020.106238.
- [5] P. S. Ahmed and X. Guang-Qian, “Autonomous orbit control with position and velocity feedback using modern control theory,” US-0319161, 1997.
- [6] م. توکلی، “کنترل پیش بین مدل - پایه مدار یک ماهواره ی ارتفاع پایین با استفاده از معادلات تغییراتی گاوس،” دانشگاه صنعتی شریف، 1391.
- [7] A. Weiss, U. V. Kalabić, and S. Di Cairano, “Station keeping and momentum management of low-thrust satellites using MPC,” *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 76, pp. 229–241, 2018, doi: 10.1016/j.ast.2018.02.014.
- [8] Y. Lim, Y. Jung, and H. Bang, “Robust model predictive control for satellite formation keeping with eccentricity/inclination vector separation,” *Adv. Sp. Res.*, vol. 61, no. 10, pp. 2661–2672, 2018, doi: 10.1016/j.asr.2018.02.036.
- [9] D. Prieto and Z. Ahmad, “A drag free control based on model predictive technics,” *Proc. Am. Control Conf.*, vol. 3, pp. 1527–1532, 2005, doi: 10.1109/acc.2005.1470184.
- [10] R. J. Caverly, S. Di Cairano, and A. Weiss, “Electric Satellite Station Keeping, Attitude Control, and Momentum Management by MPC,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, 2020, doi: 10.1109/TCST.2020.3014601.
- [11] Q. Hu, J. Xie, and C. Wang, “Dynamic path planning and trajectory tracking using MPC for satellite with collision avoidance,” *ISA Trans.*, vol. 84, pp. 128–141, Jan. 2019, doi: 10.1016/j.isatra.2018.09.020.
- [12] J. Yu, Z. Yingchun, and J. Jing, “Nonlinear MPC for attitude system of miniature satellite using

[26] E. F. Camacho and C. (Carlos) Bordons, *Model predictive control*. Springer, 2007.

Engineering Students Third Edition Butterworth-Heinemann is an imprint of Elsevier. 2014.